

Rencontre MEXICO 2021

Calibration d'un modèle de toiture végétalisée grâce à l'analyse de sensibilité globale

Axelle HEGO¹, Floriane COLLIN¹, Hugues GARNIER¹,
Rémy CLAVERIE²

¹Université de Lorraine, CRAN, CNRS UMR 7039, France

²Cerema Est, Team research group, F-54510, Tomblaine, France

29 et 30 Novembre 2021





Plan

Introduction

Modèle

Méthode

Analyse de sensibilité

Résultats

Perspectives



Contexte

Problématiques urbaines : imperméabilité du sol, îlot de chaleur, ...

Toitures végétalisées permettent :

- rétention de l'eau de pluie
- isolation des bâtiments
- dépollution
- biodiversité

Contexte

Problématiques urbaines : imperméabilité du sol, îlot de chaleur, ...

Toitures végétalisées permettent :

- rétention de l'eau de pluie
- isolation des bâtiments
- dépollution
- biodiversité



Toiture végétalisée (20m²) du Cerema de Tomblaine,
France

Contexte

Problématiques urbaines : imperméabilité du sol, îlot de chaleur, ...

Toitures végétalisées permettent :

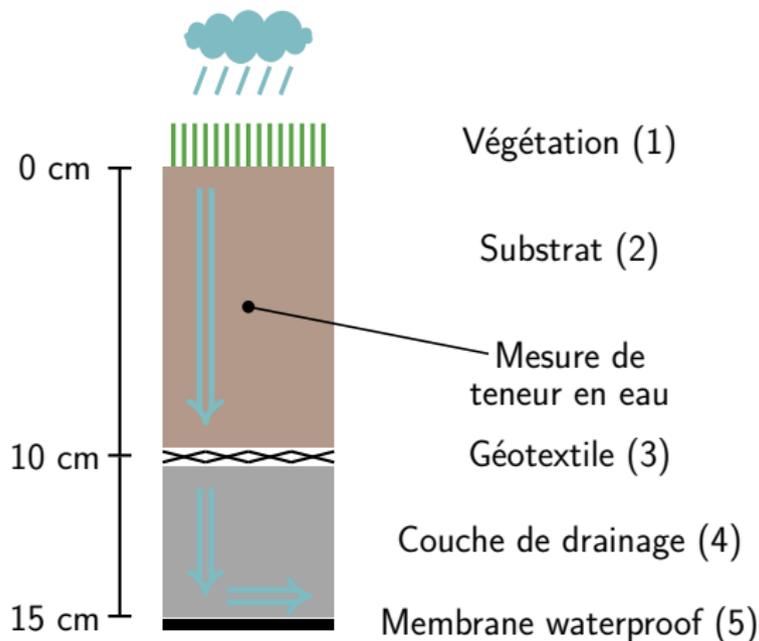
- **rétenion de l'eau de pluie**
- isolation des bâtiments
- dépollution
- biodiversité



Toiture végétalisée (20m²) du Cerema de Tomblaine, France

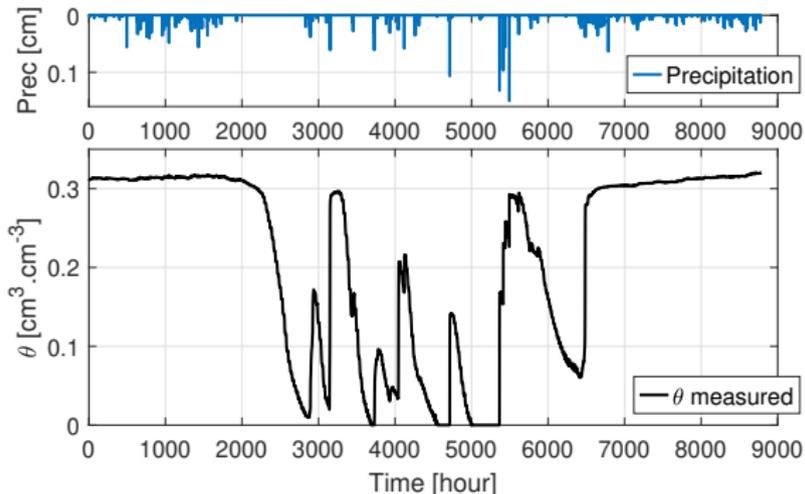


Structure d'une toiture végétalisée



Problématique

Figure – Teneur en eau observée $\theta(t)$ et pluviométrie de l'année 2020



Objectifs

- Reproduire les données par simulation
- Analyser l'influence des paramètres du modèle



Plan

Introduction

Modèle

Méthode

Analyse de sensibilité

Résultats

Perspectives

Modèle hydrologique des toitures végétalisées

- Infiltration de l'eau décrite par l'équation de Richards :

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial x} \quad [\text{Richards (1931)}]$$

combinée avec le modèle de van Genuchten-Mualem *[van Genuchten (1980)]*

$$\theta(h) = \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha| h)^n)^m} - \theta_r \quad K(S_e) = K_s S_e^l \left(1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right)^2$$

avec $m = 1 - \frac{1}{n}$, $n > 1$

avec $S_e(\theta) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$

- Données météorologiques et effets de la végétation prises en compte avec les modèles de Penman-Monteith et de Feddes

→ **Modèle implémenté dans le logiciel Hydrus-1D[©]**

[Simunek et al. (2008)]



Modèle hydrologique des toitures végétalisées

- Infiltration de l'eau décrite par l'équation de Richards :

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial x} \quad [\text{Richards (1931)}]$$

combinée avec le modèle de van Genuchten-Mualem *[van Genuchten (1980)]*

$$\theta(h) = \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha| h)^m} - \theta_r \quad K(S_e) = K_s S_e^l \left(1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right)^2$$

avec $m = 1 - \frac{1}{n}$, $n > 1$

avec $S_e(\theta) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$

- Données météorologiques et effets de la végétation prises en compte avec les modèles de Penman-Monteith et de Feddes

→ **Modèle implémenté dans le logiciel Hydrus-1D[©]**

[Simunek et al. (2008)]

Modèle hydrologique des toitures végétalisées

- Infiltration de l'eau décrite par l'équation de Richards :

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K(\theta) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial x} \quad [\text{Richards (1931)}]$$

combinée avec le modèle de van Genuchten-Mualem *[van Genuchten (1980)]*

$$\theta(h) = \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha| h)^m} - \theta_r \quad K(S_e) = K_s S_e^l \left(1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right)^2$$

avec $m = 1 - \frac{1}{n}$, $n > 1$

avec $S_e(\theta) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$

- Données météorologiques et effets de la végétation prises en compte avec les modèles de Penman-Monteith et de Feddes

→ **Modèle implémenté dans le logiciel Hydrus-1D[©]**

[Simunek et al. (2008)]

Modèle hydrologique des toitures végétalisées

Modèle

- 1 entrée : pluie
- 1 sortie : teneur en eau volumétrique $\theta(t)$
- 6 paramètres de sol : θ_s , θ_r , K_s , l , n et α
- 5 variables météorologiques
- 4 paramètres de végétation : *CropHeight*, *LAI*, *Albedo* et *RootDepth*

Modèle hydrologique des toitures végétalisées

Modèle

- 1 entrée : pluie
- 1 sortie : teneur en eau volumétrique $\theta(t)$
- 6 paramètres de sol : θ_s , θ_r , K_s , l , n et α
- 5 variables météorologiques
- 4 paramètres de végétation : *CropHeight*, *LAI*, *Albedo* et *RootDepth*



*Quels paramètre influencent la teneur en eau ?
Comment déterminer leur valeur ?*

Modèle hydrologique des toitures végétalisées

Modèle

- 1 entrée : pluie
- 1 sortie : teneur en eau volumétrique $\theta(t)$
- 6 paramètres de sol : θ_s , θ_r , K_s , l , n et α
- 5 variables météorologiques
- 4 paramètres de végétation : *CropHeight*, *LAI*, *Albedo* et *RootDepth*



*Quels paramètres influencent la teneur en eau ?
Comment déterminer leur valeur ?*
→ **Analyse de sensibilité**





Plan

Introduction

Modèle

Méthode

Analyse de sensibilité

Résultats

Perspectives

Analyse de sensibilité globale

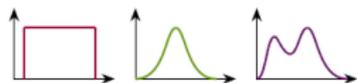
L'analyse de sensibilité permet de mesurer l'effet des paramètres sur le modèle.

- Objectifs:
- Mieux comprendre le comportement d'un modèle ;
 - Prioriser les paramètres du modèle en identifiant leurs influences sur la sortie ;
 - Se focaliser sur les paramètres influents et fixer la valeur des paramètres non-influents.

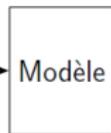


L'indice de sensibilité $S_i(t)$ mesure l'effet du paramètre X_i sur la sortie $Y(t)$:

$$S_i(t) = \frac{\text{var}[Y(t)|X_i]}{\text{var}[Y(t)]}$$

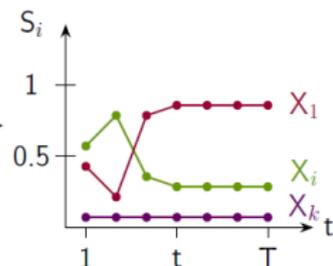


$$X = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \dots & X_{i,1} & \dots & X_{k,1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ X_{1,n} & \dots & X_{i,n} & \dots & X_{k,n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ X_{1,N} & \dots & X_{i,N} & \dots & X_{k,N} \end{bmatrix}$$



$$Y(t) = \begin{bmatrix} Y_1(1) & \dots & Y_1(t) & \dots & Y_1(T) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_n(1) & \dots & Y_n(t) & \dots & Y_n(T) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_N(1) & \dots & Y_N(t) & \dots & Y_N(T) \end{bmatrix}$$

- $S_i \rightarrow 1 \Rightarrow X_i$ influent
- $S_i \rightarrow 0 \Rightarrow X_i$ non-influent



Estimation des indices de sensibilité

Approximation du modèle avec la décomposition en polynômes du chaos *[Crestaux et al. (2009), Haro-Sandoval et al. (2012)]*

$$Y(t) \approx \sum_{j=0}^M a_j(t) \psi_j(X_1, \dots, X_k)$$

Estimation des indices de sensibilité :

$$S_i(t) = \frac{\sum_{j \in \mathcal{I}_i} a_j(t)^2 E[\psi_j^2(X_i)]}{\text{Var}[Y(t)]} \quad S_{T_i}(t) = \frac{\sum_{j \in \mathcal{I}_{\#i}} a_j(t)^2 E[\psi_j^2(X_i)]}{\text{Var}[Y(t)]}$$



Plan

Introduction

Modèle

Méthode

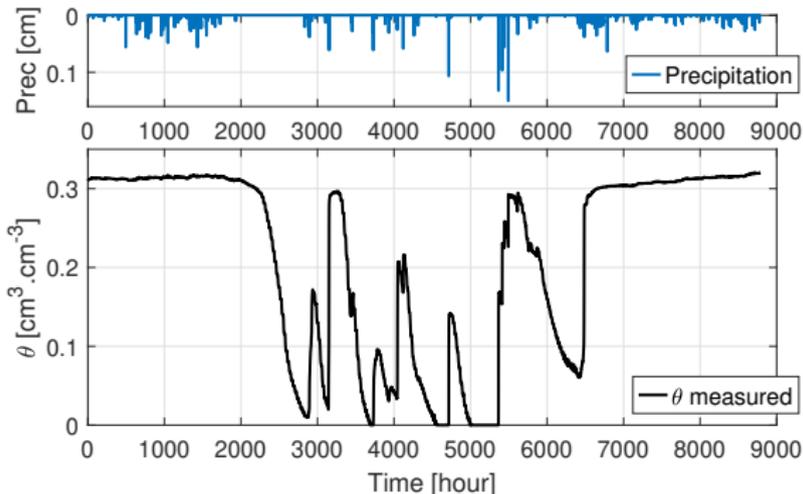
Analyse de sensibilité

Résultats

Perspectives

Rappel de la problématique

Figure – Teneur en eau observée $\theta(t)$ et pluviométrie de l'année 2020



Objectifs

- Reproduire les données par simulation
- Analyser l'influence des paramètres du modèle

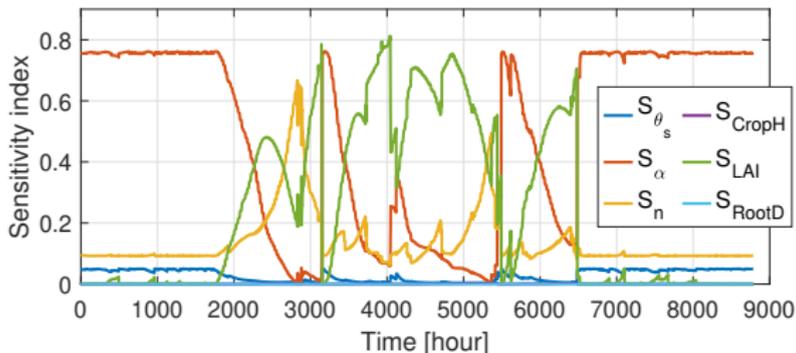
Rappel de la problématique

Modèle

- 1 entrée : pluie
 - 1 sortie : teneur en eau volumétrique $\theta(t)$
 - 6 paramètres de sol : θ_s , θ_r , K_s , l , n et α
 - 5 variables météorologiques
 - 4 paramètres de végétation : *CropHeight*, *LAI*, *Albedo* et *RootDepth*
- 6 paramètres incertains

Résultats de la GSA

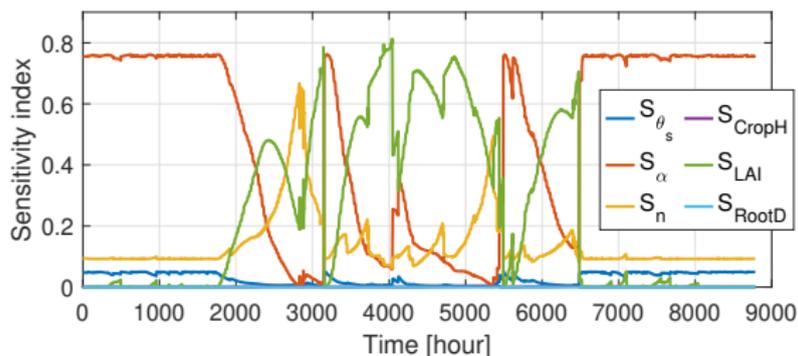
Figure – Indices de sensibilité principaux



- 3 paramètres influents : α , n and LAI
- Paramètres non-influents θ_s , $CropH$ et $RootD$ → à fixer
- Périodes humides → α est le plus influent
- Périodes d'assèchement → LAI est le plus influent

Résultats de la GSA

Figure – Indices de sensibilité principaux



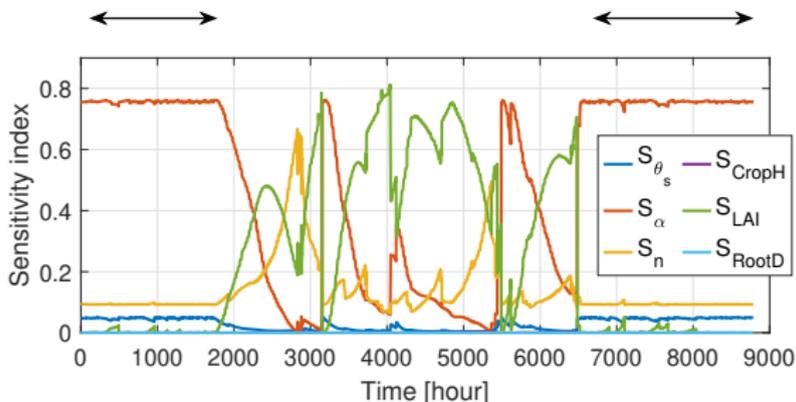
- 3 paramètres influents : α , n and LAI
- Paramètres non-influents θ_s , $CropH$ et $RootD$ → à fixer
- Périodes humides → α est le plus influent
- Périodes d'assèchement → LAI est le plus influent

Calibration du modèle

Détermination des valeurs de α , n and LAI

- Périodes humides $\rightarrow \alpha$ qui minimise l'erreur ?
- Périodes d'assèchement $\rightarrow LAI$ qui minimise l'erreur ?
- Autour de $t = 3000h \rightarrow n$ qui minimise l'erreur ?

Erreur à minimiser : $nRMSD = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{sim}(t) - y_{obs}(t))^2}}{y_{obs}^{max} - y_{obs}^{min}}$

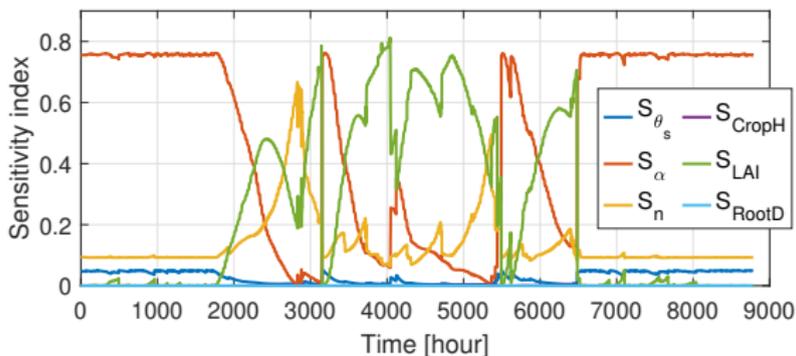


Calibration du modèle

Détermination des valeurs de α , n and LAI

- Périodes humides $\rightarrow \alpha$ qui minimise l'erreur ?
- Périodes d'assèchement $\rightarrow LAI$ qui minimise l'erreur ?
- Autour de $t = 3000h \rightarrow n$ qui minimise l'erreur ?

Erreur à minimiser : $nRMSD = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{sim}(t) - y_{obs}(t))^2}}{y_{obs}^{max} - y_{obs}^{min}}$

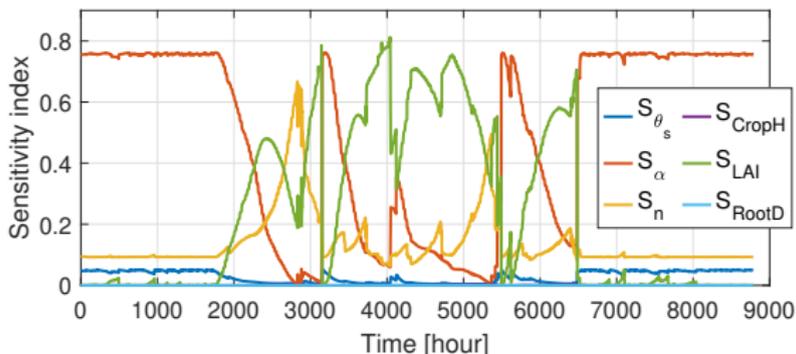


Calibration du modèle

Détermination des valeurs de α , n and LAI

- Périodes humides $\rightarrow \alpha$ qui minimise l'erreur ?
- Périodes d'assèchement $\rightarrow LAI$ qui minimise l'erreur ?
- Autour de $t = 3000h \rightarrow n$ qui minimise l'erreur ?

$$\text{Erreur à minimiser : } nRMSD = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{sim}(t) - y_{obs}(t))^2}}{y_{obs}^{max} - y_{obs}^{min}}$$

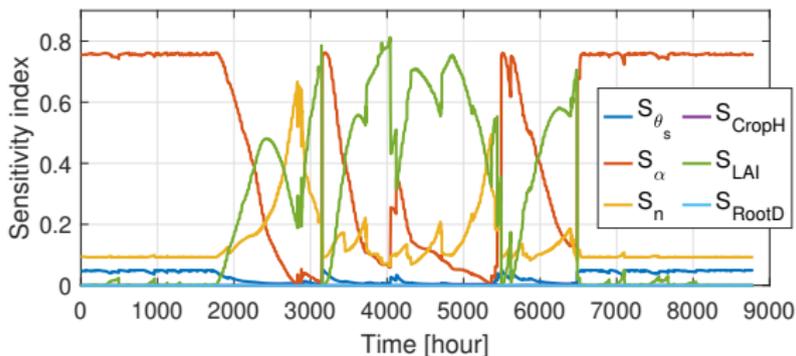


Calibration du modèle

Détermination des valeurs de α , n and LAI

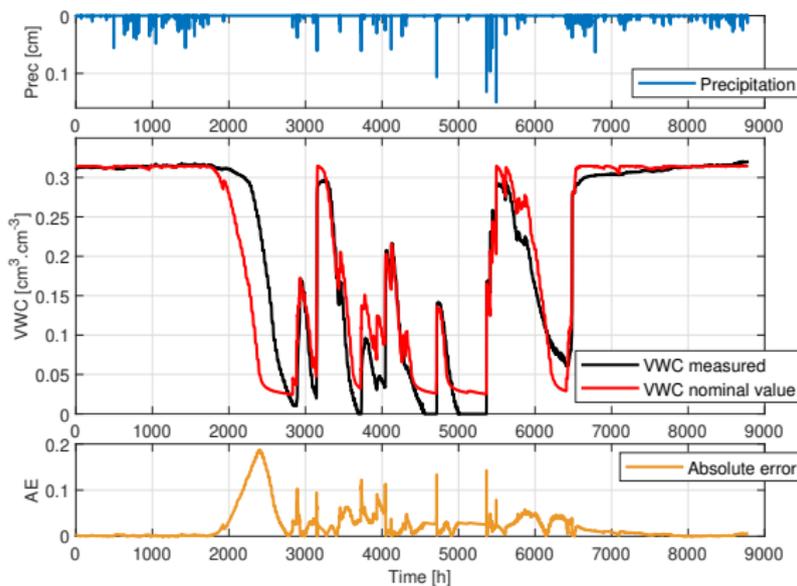
- Périodes humides $\rightarrow \alpha$ qui minimise l'erreur ?
- Périodes d'assèchement $\rightarrow LAI$ qui minimise l'erreur ?
- Autour de $t = 3000h \rightarrow n$ qui minimise l'erreur ?

Erreur à minimiser : $nRMSD = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{sim}(t) - y_{obs}(t))^2}}{y_{obs}^{max} - y_{obs}^{min}}$

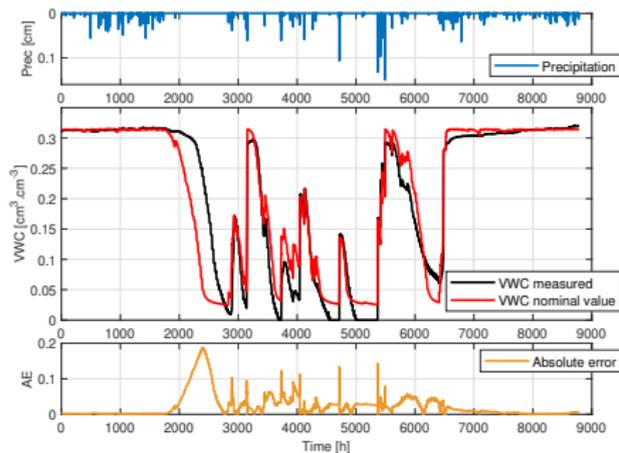


Résultat de la calibration

Figure – Teneur en eau simulée



Résultat de la calibration



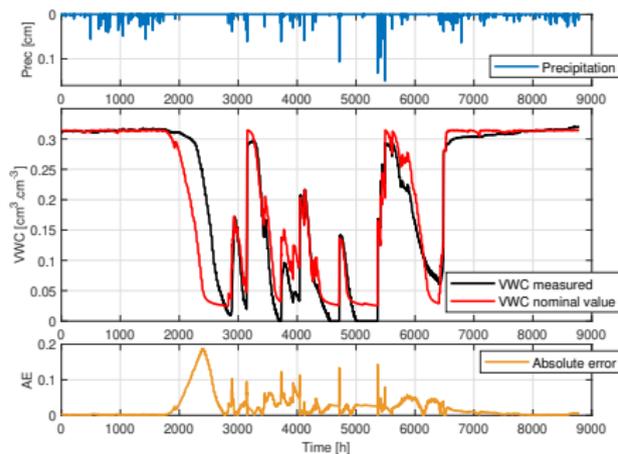
- Bonne simulation
- Validée par le Cerema

À noter : difficulté à calibrer sur de longue période

Erreurs restantes potentiellement dues au :

- modèle
- paramétrisation du logiciel
- *LAI* = paramètre variant dans le temps ?

Résultat de la calibration



- Bonne simulation
- Validée par le Cerema

À noter : difficulté à calibrer sur de longue période

Erreurs restantes potentiellement dues au :

- modèle
- paramétrisation du logiciel
- *LAI* = paramètre variant dans le temps ?



Plan

Introduction

Modèle

Méthode

Analyse de sensibilité

Résultats

Perspectives



Perspectives

LAI est certainement un paramètre variant dans le temps

- Détermination de son évolution ?
- Analyse de sensibilité avec des paramètres variants dans le temps ?
→ décomposition de Karhunen-Loève ou en ondelettes

Merci de votre attention



Figure – Indices de sensibilité principaux, totaux et d'ordre 2

